

短文

以回歸分析法探討船舶推進軸系材料之機械性能

馬 豐 源

中國驗船中心

關鍵詞：船舶推進軸系、隨機性、回歸分析

摘 要

材料的機械性能指標具有實用的意義，可作為設計、材料選用及材料檢驗時之重要依據。船舶推進軸系常用的材料是碳鋼及合金鋼，碳鋼之價格較為低廉，對於應力集中的敏感性低，並能經由熱處理改善其整體性能，因而，應用較廣；合金鋼具有更高的機械強度和更好的淬火性能，但對於應力集中較敏感。因此，多用於對強度或耐磨性要求較高以及處於非常溫或腐蝕等條件下工作的軸。因材料的降伏強度與抗拉強度之間存在著某種確定性與不確定性關係，故本文將以線性回歸分析法（linear regression analysis method）來探討其彼此的微妙關係。

前 言

金屬材料的降伏強度與抗拉強度可經由拉伸試驗測得，其值非為一定值，而是具有某一範圍的隨機性。其主要原因可能為材料中所含化學成分擴散、熱處理的條件不一、測試件加工所形成的殘留應力及材料機械性能本身的分散性。本文將利用回歸分析的方法來探討，船舶推進軸系常用材料，其降伏強度與抗拉強度兩者之間是否具有線性相關性及其值是否為在某一可能的估計值範圍內。

線性回歸分析

回歸分析(regression analysis)旨在找出二個變量之間關係的定量數學表達式—經驗公式。設相關變量X與Y，經n個獨立試驗，得到n組數據(x₁, y₁), (x₂, y₂), (x₃, y₃), ..., (x_n, y_n)。

若我們以一線性經驗關係

$$y = \hat{a} + \hat{b}x \tag{1}$$

來估略，其中 $\hat{a}$ 與 $\hat{b}$ 為待定常數，則經最小平方方法(least squares method)分析，可得

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} \tag{2}$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \tag{3}$$

其中

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

線性相關性檢驗

求出經驗公式之後，還需要判斷Y對X是否真有線性關係，祇有當它們具有線性關係時，才可以用經驗公式來預測。為此，假設

$$y = a + bx + \xi \tag{4}$$

其中Y是隨機變量，a及b是常數，X是普通變量， ξ 是隨機項（即除去X對Y的線性影響之

外的其它各種因素對 Y 的影響)。於是判別 Y 與 X 是否線性相關，就要檢驗 $H_0: b=0$ (H_0 : 虛無假設(Null hypothesis))的假設是否成立，若 $H_0: b=0$ ，即表示 Y 與 X 沒有線性關係；反之，則為線性關係。

對 n 個數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$ ，我們有

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (5)$$

其中

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

$$Q(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$U(a, b) = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

因此，式(5)可改寫為 $S_{yy} = Q(a, b) + U(a, b)$

S_{yy} 為偏差平方和，反映數據的分散程度； Q 為剩餘(殘差)平方和，是由隨機項 ξ_i 引起的，展現 X 對 Y 的線性影響之外的影響。 U 是回歸平方和，反映回歸直線上數據的分散程度，主要反映 $|\hat{b}|$ 的大小。

可用 U/Q 的大小來判斷 Y 對 X 是否有線性相關，若 U/Q 較大，亦即 $|\hat{b}|$ 較大，也就是線性影響大於其它影響，於是存在線性相關，反之，則 Y 對 X 不存在線性相關。

當 $H_0: b=0$ 成立時，統計量 $F=(n-2)U/Q$ 服從 $F(m, n)$ 分布。其中，因 X 為單一變量，所以， $m=1$ ；而因係採取雙截尾，所以， n 取為 $n-2$ 。據此， U/Q 的大小標準可用 $(n-2)U/Q$ 的標準替代，而 $(n-2)U/Q$ 的大小標準可用 F 分布臨界值定出。若 $F > F_p(1, n-2)$ ，則 $H_0: b=0$ 不存在，即認定 Y 對 X 在 $p\%$ 水平下，有線性相關；若 $F \leq F_p(1, n-2)$ 時，即認為 $H_0: b=0$ ，亦是 Y 對 X 無線性相關。

預測與控制

預測是於求得經驗公式之後，並經確認其有線性相關關係前題下來考慮的。所謂預測問題，即當給定 $x=x_0$ 時，欲估算 Y 值，因已有 Y 對 X 的經驗公式，直覺上 Y 值可得為 $y_0 \approx \hat{y}_0 = \hat{a} + \hat{b}x_0$ ，而此僅是單一點估計，並不能滿足所

需，而是須為一區間估計，設

$$y_i = a + bx_i + \xi_i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

其中 $\xi_0, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ 為相互獨立且服從常態分布 $N(0, \sigma)$ 。

其統計量為

$$t = \frac{y_0 - \hat{y}_0}{\hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}}$$

且服從 $(n-2)$ 個自由度的 t 分布，其中

$$\hat{\sigma} = \sqrt{Q/(n-2)}$$

於給定信賴系數 $1-p/100$ ，自由度 (v) 為 $n-2$ ，查 t 分布表可得 $t_p(n-2)$ 值，使

$$P\{|t| \leq t_p(n-2)\} = 1 - p/100 \quad (6)$$

於是可求得信賴系數為 $1-p/100$ 的信賴區間為

$$\left[\hat{y}_0 - t_p(n-2)\hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}, \hat{y}_0 + t_p(n-2)\hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \right] \quad (7)$$

所謂控制問題，實際上就是預測的反問題，求出預測區間，記預測區間的左端為 y_l ，右端為 y_r ，即

$$y_l = \hat{a} + \hat{b}x_0 - t_p\hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \quad (8)$$

$$y_r = \hat{a} + \hat{b}x_0 + t_p\hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}$$

由式(8)分別解出 x_0 的兩個值作為對應於 y_l 、 y_r 的 x_0 的兩個值，即是取某一 y 值於 $(y_l$ 與 $y_r)$ 時， x 的控制限值。其限值為

$$y_l - y_r \geq 2t_p\hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \quad (9)$$

則

$$E_r = t_p\hat{\sigma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}} \quad (10)$$

令

$$C^* = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}}}$$

當 n 較大且 x_0 接近 $\bar{x}$ 時，則 $C^* \approx 1$ ，因此，式(10)，可改寫為 $E_r \approx t_p\hat{\sigma}$ 於是，式(8)，可改寫為

$$y_l = \hat{a} + \hat{b}x_0 - t_p\hat{\sigma}$$
$$y_r = \hat{a} + \hat{b}x_0 + t_p\hat{\sigma}$$

(11)

結果與討論

取中國造船公司所承造且入級中國驗船中心之新船為例，作統計與分析，其試驗記錄，列如表1至表6所示，表中軸徑單位為mm。[8]將利用上述材料試驗資料，針對降伏強度與抗拉強度，就軸徑尺寸、材料方向性及材質分別以回歸分析法探討彼此間之相關性。以前述之

各計算公式計算之，因其過程甚為繁複，不多贅述，僅將分析結果分別列如表7至表15所示。

表7是利用表一的資料計算所得；表8是利用表2的資料計算所得；表9是利用表1及表2的資料計算所得；由上述三表可得知方向性對於材料的降伏強度與抗拉強度之線性相關無關。表10是利用表3的資料計算所得；表11是利用表4的資料計算所得；表12是利用表3及表4的資料計算所得；由上述三表可得知材質對於材料的降伏強度與抗拉強度之線性相關有關。表13利

表1 F2 - 800材料軸向拉伸試驗記錄

船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)	船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)
CSBC361	450	701	882	CSBC527	450	682	870
CSBC381	450	675	866	CSBC561	450	631	826
CSBC385	450	733	901	CSBC562	450	701	982
CSBC502	450	653	838	CSBC570	450	694	901
CSBC515	450	653	844	CSBC581	450	669	857
CSBC519	450	672	860	CSBC591	450	660	851
CSBC520	450	707	901	CSBC592	450	688	883

表2 F2 - 800材料橫向拉伸試驗記錄

船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)	船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)
CSBC361	450	675	854	CSBC527	450	656	841
CSBC381	450	707	886	CSBC561	450	675	863
CSBC385	450	726	901	CSBC562	450	714	895
CSBC502	450	643	828	CSBC570	450	705	903
CSBC515	450	679	866	CSBC581	450	650	854
CSBC519	450	656	835	CSBC591	450	723	898
CSBC520	450	694	870	CSBC592	450	679	857

表3 F1 - 540材料軸向拉伸試驗記錄

船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)	船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)
CSBC361	635	299	573	CSBC527	635	335	583
CSBC381	635	306	561	CSBC561	635	331	573
CSBC385	635	306	548	CSBC562	635	319	570
CSBC502	635	312	551	CSBC570	635	309	567
CSBC515	635	309	596	CSBC581	635	319	580
CSBC519	635	312	584	CSBC591	635	299	586

表4 F1 - 540材料橫向拉伸試驗記錄

船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)	船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)
CSBC361	635	296	573	CSBC527	635	312	567
CSBC381	635	299	548	CSBC561	635	309	570
CSBC385	635	299	548	CSBC562	635	299	554
CSBC502	635	306	545	CSBC570	635	299	561
CSBC515	635	306	564	CSBC581	635	312	564
CSBC519	635	293	554	CSBC591	635	304	575

表5 F1 - 440材料軸向拉伸試驗記錄

船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)	船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)
CSBC531	695	260	500	CSBC399	593	265	475
CSBC531	695	320	490	CSBC399	593	284	475
CSBC532	695	290	480	CSBC400	593	255	468
CSBC532	695	260	470	CSBC400	593	255	462
CSBC533	695	260	470	CSBC401	593	260	470
CSBC533	695	260	470	CSBC401	593	249	456
CSBC534	695	270	490	CSBC399	739	284	478
CSBC534	695	270	490	CSBC400	739	271	459
CSBC611	695	240	480	CSBC401	739	277	449
CSBC611	695	270	460	CSBC388	418	283	484
CSBC630	480	306	472	CSBC527	418	280	500
CSBC631	480	274	443	CSBC388	515	268	496
CSBC632	480	293	462	CSBC388	515	258	498
CSBC633	480	347	465	CSBC527	515	277	488
CSBC655	480	303	487	CSBC632	520	293	497
CSBC630	520	293	491	CSBC633	520	306	487
CSBC631	520	271	462	CSBC655	520	287	478

表6 F1 - 440材料橫向拉伸試驗記錄

船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)	船號	軸徑	降伏強度(N/mm ²)	抗拉強度(N/mm ²)
CSBC531	695	280	500	CSBC399	593	255	465
CSBC531	695	300	470	CSBC399	593	299	475
CSBC532	695	270	460	CSBC400	593	254	452
CSBC532	695	270	480	CSBC400	593	268	452
CSBC533	695	260	480	CSBC401	593	260	480
CSBC533	695	260	480	CSBC401	593	274	468
CSBC534	695	260	480	CSBC399	739	270	480
CSBC534	695	290	480	CSBC400	739	261	465
CSBC611	695	260	460	CSBC401	739	261	459
CSBC611	695	280	450	CSBC388	418	289	494
CSBC630	480	306	478	CSBC527	418	301	520
CSBC631	480	271	449	CSBC388	515	264	491
CSBC632	480	287	465	CSBC388	515	266	493
CSBC633	480	306	452	CSBC527	515	275	489
CSBC655	480	287	481	CSBC632	520	293	497
CSBC630	520	303	493	CSBC633	520	290	491
CSBC631	520	290	459	CSBC655	520	274	472

表7 F2-800 軸向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	9152.93
S_{yy}	7957.43
S_{xy}	8076.43
b	0.8824
a	269.5
U	7126.54
Q	830.89
F	102.93
臨界值	4.67
線性相關	yes

表8 F2-800橫向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	9869.43
S_{yy}	8230.93
S_{xy}	8567.43
b	0.8681
a	273.8
U	7437.19
Q	793.74
F	112.44
臨界值	4.67
線性相關	yes

表9 F2-800無方向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	19164.11
S_{yy}	16204.11
S_{xy}	16596.11
b	0.866
a	277.9
U	14373.09
Q	1831.02
F	204.09
臨界值	4.22
線性相關	yes

表10 F1-540軸向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	1404
S_{yy}	2264.67
S_{xy}	264
b	0.188
a	513.8
U	49.64
Q	2215.03
F	0.2241
臨界值	4.96
線性相關	no

表11 F1-540橫向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	429.67
S_{yy}	1160.25
S_{xy}	226.5
b	0.5272
a	400.6
U	119.40
Q	1040.85
F	1.147
臨界值	4.96
線性相關	no

表12 F1-540無方向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	2453.83
S_{yy}	4349.96
S_{xy}	1247.92
b	0.5085
a	409.9
U	634.64
Q	3715.32
F	3.758
臨界值	4.30
線性相關	no

表13 F1-440軸向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	15654.88
S_{yy}	7468.47
S_{xy}	1371.88
b	0.0876
a	452.2
U	120.23
Q	7348.24
F	0.5235
臨界值	4.15
線性相關	no

表14 F1-440橫向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	8610.47
S_{yy}	9301.06
S_{xy}	2527.29
b	0.2935
a	393.85
U	741.80
Q	793.74
F	2.77
臨界值	4.15
線性相關	no

表15 F1-440無方向計算結果

項目	計算值
S_{xx}	24264.87
S_{yy}	16795.47
S_{xy}	3902.26
b	0.1608
a	431.28
U	627.56
Q	16167.91
F	2.56
臨界值	3.99
線性相關	no

表16 F2-800軸向計算結果

項目	計算值
σ	8.321107
$t_{0.5}(12)$	2.179
E_r	1.0558498
y_l	832.69951
y_r	870.9882

表17 F2-800橫向計算結果

項目	計算值
σ	8.1329416
$t_{0.5}(12)$	2.179
E_r	1.0639049
y_l	827.8685
y_r	865.57868

表18 F2-800無方向計算結果

項目	計算值
σ	8.3918933
$t_{0.5}(12)$	2.056
E_r	1.0302337
y_l	831.69598
y_r	867.24674

表19 F2-800軸向計算結果

項目	計算值
σ	8.321107
$t_{0.5}(12)$	2.179
E_r	1.0558498
y_l	678.45883
y_r	678.45883

表20 F2-800橫向計算結果

項目	計算值
σ	8.1329416
$t_{0.5}(12)$	2.179
E_r	1.0639049
y_l	684.19024
y_r	654.88023

表21 F2-800無方向計算結果

項目	計算值
σ	8.3918933
$t_{0.5}(12)$	2.056
E_r	1.0302337
y_l	680.53331
y_r	652.23453

用表5的資料計算所得；表14是利用表六的資料計算所得；表15是利用表5及表6的資料計算所得；由上述三表可得知截面尺寸大小對於材料的降伏強度與抗拉強度之線性相關無關。綜合上述討論，可得知方向性及截面尺寸大小與降

伏強度與抗拉強度之線性相關無關；而材質對於材料的降伏強度與抗拉強度之線性相關有顯著性的影響。

對於低合金鍛鋼而言，由表7至表9可得知材質對於材料的降伏強度與抗拉強度之線性相

關有關。若某一材料試驗，其所測得降伏強度為 660N/mm^2 ，以信賴水平為95%為基準，吾人可利用式(7)分別預測其軸向、橫向或無方向的抗拉強度可能的區間，其計算結果，以表16至表18；反之，若某一材料製造時，當要求其抗拉強度為 850N/mm^2 至 860N/mm^2 區間，應將其降伏強度控制於何範圍之內，同樣以信賴水平為95%為基準，吾人可利用式(11)分別就軸向、橫向或無方向計算之，其計算結果，以表19至表21。

結 論

碳素鍛鋼(F1)是藉由熱處理來改善其機械性能；而合金鍛鋼(F2)，則是藉由加入其他合金元素達到改善機械性能的目標。合金元素主要是經由強化鐵體素、形成碳化物、細化晶粒、提高淬透性和回火穩定性等來影響鋼的性能。由前述結果與討論中得知，材質對於材料的降伏強度與抗拉強度之線性相關有顯著性的影響，亦即對於碳素鍛鋼(F1)而言，二者之間並無線性相關，但對於合金鍛鋼(F2)而言，則二者之間有著線性相關。熱處理是一種加工技術，牽涉到較多的人為因素及不可預測性，而加入合金元素，是調整其化學成份，較易控制，因此，合金鍛鋼材料的降伏強度與抗拉強度二者之間存在線性相關是可以理解的。

參考資料

1. 門間改三，鐵鋼材料學，實教出版株式會社 (1980)。
2. 李文琦，概率論與數理統計，北京師範大學出版社 (1993)。
3. 王超、王金，機械可靠性工程，冶金工業出版社 (1992)。
4. 鄭明新，工程材料，清華大學出版社 (1991)。
5. 王宇林，工程材料科學，航空工業出版社 (1992)。
6. 孫士恆，金屬材料，中國鐵道出版社 (1986)。
7. 王煥庭、李茅華、徐善國，機械工程材料，大連理工大學出版社 (1998)。
8. 中國驗船中心材料試驗資料 (1991~1999)。

A STUDY ON THE MECHANICAL PROPERTY FOR PROPULSION SHAFTING BASED ON THE REGRESSION ANALYSIS

F.Y. Ma

China Corporation Register of Shipping

Keywords: *Propulsion Shaft, Random, Regression Analysis*

ABSTRACT

The mechanical property is the important information for the design, material selection and material test. In general, the shaft material includes the carbon steel and the low alloy steel. The carbon steel has the advantage of the low price and the low sensibility of stress concentration and its mechanical characteristic can be altered with the heat treatment, therefore its application is more extensive. On the other hand, the low alloy steel is suitable for the application of the high strength and special condition. The actual yield stress and tensile strength are random for the same material. In this article, the interdependent relations between the yield stress and the tensile strength are investigated with linear regression analysis method.

(Manuscript received Jun. 22, 2000,

Accepted for publication May 3, 2002)

